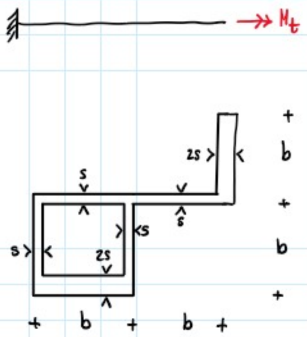
turno 1 torsione

Wednesday, February 2, 2022 2:58 PM

Una trave incastrata ha lunghezza L ed è soggetta a un momento torcente M_t in corrispondenza dell'estremo libero.
La sezione della trave è in parete sottile, come in figura
Si assuma b=10cm, s=0.5cm L=200cm, $M_t = 10$kNcm, G=80GPa

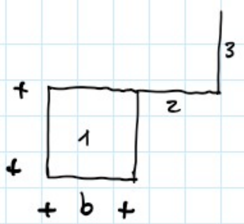
Si svolgano sinteticamente negli spazi predisposti I seguenti punti:

1) Si calcoli l'inerzia torsionale della sezione e la rotazione dell'estremo libero
2) Si determini la tensione tangenziale massima
3) Assumendo una tensione ammissibile $\sigma_0 = 200MPa$, si verifichi la sezione adoperando sia il criterio di Tresca che il criterio di von Mises



Sol:

$$1\,GPa = 10^6\, N/cm^2 = 10^3\, kN/cm^2 = 10^5 \frac{kN}{cm^2}$$



$$I_{t_1} = \frac{4\Omega^2}{\oint \frac{1}{s}} = \frac{4b^4}{\frac{b}{2s}+\frac{3b}{s}} = \frac{4\,b^3 s}{7/2} = \frac{8}{7} b^3 s \checkmark$$

$$I_{t_2} = 1/3\, b s^3 \checkmark$$

$$I_{t_3} = 1/3\, b(2s)^3 = 8/3\, b s^3 \checkmark$$

$$I_t = I_{t_1} + I_{t_2} + I_{t_3} = 8/7\, b^3 s + 3 b s^3 = \qquad I_{t_1} = 571\, cm^4$$

$$M_{t_1} = \frac{I_{t_1}}{I_t} M_t \simeq M_t$$

$$M_{t_2} = \frac{I_{t2}}{I_t} M_t \simeq \frac{I_{t2}}{I_{t_1}} M_t = \frac{1/3\, b s^3}{8/7\, b^3 s} M_t = \frac{7}{24}\left(\frac{s}{b}\right)^2 M_t$$

$$M_{t_3} = \frac{I_{t3}}{I_t} M_t \simeq \frac{I_{t3}}{I_{t_1}} M_t = \frac{1/3\, b\, 8 s^3}{8/7\, b^3 s} M_t = 7/3 \left(\frac{s}{b}\right)^2 M_t$$

Bredt:

$$\tau_1 = \frac{M_{t1}}{2\Omega s_{min}} = \frac{M_{t1}}{2b^2 s} \simeq \frac{M_t}{2b^2 s} = \frac{10\, kN\, cm}{2\cdot 100\cdot 0.5\, cm^3} \simeq 0.1 \frac{kN}{cm^2} \checkmark$$

$$\tau_2 = s\frac{M_{t2}}{I_{t_2}} = s\frac{I_{t2}}{I_t} M_t \frac{1}{I_{t_2}} = s\frac{M_t}{I_t} \simeq s\frac{M_t}{8/7\, b^3 s} = \frac{7}{8}\frac{M_t}{b^3} = \frac{7}{8}\frac{10\, kN\cdot cm}{10^3\, cm^3} = \frac{7}{8}\cdot 10^{-2}\, kN/cm^2 \checkmark$$

$$\tau_2 = s\frac{M_{t_2}}{I_{t_2}} = s\,\frac{I_{t_2}}{I_t} M_t \frac{1}{I_{t_2}} = s\,\frac{M_t}{I_t} \simeq s\,\frac{M_t}{8/7\, b^3 s} = \frac{7}{8}\,\frac{M_t}{b^3} = \frac{7}{8}\,\frac{10\ kN\cdot cm}{10^3\ cm^3} = \frac{7}{8}\cdot 10^{-2}\ kN/cm^2$$ ✓

$$\tau_3 = 2s\,\frac{M_t}{I_t} = 2\cdot 10^{-2}\ kN/cm^2$$

$$\tau_{max} = 0.1\ kN/cm^2$$

$$1\ kN/cm^2 = 10^3\cdot 10^4\ Pa = 10\cdot 10^6\ Pa = 10\ MPa$$

$$\sigma_{id}\ (\text{tresca}) = 2\tau < \sigma_0$$

$$\sigma_{id}\ (\text{von Mises}) = \sqrt{3}\,\tau < \sigma_0$$